Lista de exercícios de Cálculo II - Máximos e Mínimos

1. Verificar se o ponto (0,0) é ponto crítico, isto é, um ponto que zera as derivadas parciais das funções:

$$a) z=2 x^{2}+2y^{2} b)z= \sqrt{4-x^{2}-y^{2}} c) f\left(x\right)=\left\{\begin{matrix}\frac{3x^{2}}{4x^{2}+2y^{2}}, \left(x,y\right)\ne (0,0)\\0, \left(x,y\right)=(0,0)\end{matrix}\right. $$

Respostas: a) sim b)sim c)sim

2. Determine os pontos críticos das seguintes funções:

$$a) z=x^{4}-2x^{2}+y^{2}-9 b)z=\sqrt{x^{2}+y^{2}} c)z=2x^{4}-2y^{4}-x^{2}+y^{2}+1$$

$$d)z=2y^{3}-3x^{4}-6x^{2}y+5 e)z=\left(x-2\right)^{2}+y^{2} f)z=e^{x-y}(y^{2}-2x^{2}) $$

Respostas: a) (0,0), (1,0) e (-1,0) b) (0,0) $c)\left(0,0\right), \left(0,\frac{-1}{2}\right), \left(0,\frac{1}{2}\right), \left(\frac{1}{2},0\right),\left(\frac{-1}{2},0\right), \left(\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right), \left(\frac{1}{2},\frac{-1}{2}\right), \left(\frac{-1}{2},\frac{1}{2}\right) e \left(\frac{-1}{2},\frac{-1}{2}\right) d)\left(0,0\right),\left(1,-1\right) e (-1,-1)$

e) (2,0) f)(0,0) e (2,-4)

3. Determinar os pontos críticos das funções dadas, classificando-os, quando possível.

$$a)z=10-x^{2}-y^{2} b)z=2x^{2}+y^{2}-5 c) z=4-2x^{2}-3y^{2}$$

$d)z=x^{2}+y^{2}-6x-2y+7 e)z=e^{\left(x^{2}+y^{2}\right)} f)z=8x^{3}+2xy-3x^{2}+y^{2}+1$

$$g) z=\frac{x}{x^{2}+y^{2}+4} h) z=\frac{y}{x+y}$$

Respostas: a) (0,0), ponto de máximo b) (0,0), ponto de mínimo c) (0,0), ponto de máximo d) (3,1), ponto de mínimo e) (0,0), ponto de mínimo f) (0,0), ponto de sela e $\left(\frac{1}{3},-\frac{1}{3}\right),$ ponto de mínimo g) (2,0), ponto de máximo e (-2,0), ponto de mínimo h) não existe

4. Determinar os valores máximo e mínimo da função dada, na região indicada. (Isto é, obtenha os pontos de máximo e mínimo e calcule as funções nestes pontos.)

$$a) f(x,y)=x+2y;no retângulo de vértices (1,-2),(1,2),(-1,2)e (-1-,2)$$

$$b)f\left(x,y\right)=\sqrt{x^{2}+y^{2}+1};no círculo x^{2}+y^{2}\leq 1.$$

$$c) f(x,y)=x^{2}+y^{2}-2x-2y;no triângulo de vértices (0,0),(3,0)e(0,3).$$

$$d)z=sen\left(x\right)+sen\left(y\right)+sen\left(x+y\right);0\leq x\leq π e 0\leq y\leq π.$$

$$e)z=xy;no círculo x^{2}+y^{2}\leq 1. f)z=xy;-2\leq x\leq 2 e-2\leq y\leq 2.$$

Respostas:

a)5,-5 $b) \sqrt{2}, 1$ c)3, -2 d)$\frac{3\sqrt{3}}{2}, 0 e)\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}$ f) 4, -4

5. Um disco tem a forma do círculo $x^{2}+y^{2}\leq 1.$ Suponha que a temperatura nos pontos do disco é dada por $T\left(x,y\right)=x^{2}-x+2y^{2},$ determinar os pontos mais quentes e mais frios do disco.

$$Resposta: \left(-\frac{1}{2},\pm \frac{\sqrt{3}}{2}\right), \left(\frac{1}{2},0\right)$$

6. A distribuição de temperatura na chapa circular $x^{2}+y^{2}\leq 1$ é $T\left(x,y\right)=x^{2}-2x+y^{2}+5y-10.$ Encontra as temperaturas máxima e mínima da chapa.

Resposta: $-9+\sqrt{29}, -\frac{69}{4}$

7. Encontrar as dimensões de uma caixa com base retangular, sem tampa, de volume máximo, com área lateral igual a 5cm2.

Resposta: $\sqrt{\frac{5}{3}} , \sqrt{\frac{5}{3}},\frac{\sqrt{5}}{2\sqrt{3}}$

8. Entre todos os triângulos de perímetro igual a 10 cm, encontrar o que tem maior área.

Resposta:triângulo equilátero de lado $\frac{10}{3}$cm

(52) 9. Determinar três números positivos cujo produto seja 100 e cuja soma seja mínima.

$$Resposta:\sqrt[3]{100}, \sqrt[3]{100}, \sqrt[3]{100}$$

(53) 10. Uma firma de embalagem necessita fabricar caixas retangulares de 64cm3 de volume. Se o material da parte lateral custa a metade do material a ser usado para a tampa e para o fundo da caixa, determinar as dimensões da caixa que minimizam o custo.

$$Resposta:\sqrt[3]{32}, \sqrt[3]{32}, 2\sqrt[3]{32}$$