1ª Parte: Funções de mais de uma variável.

1. Encontre uma função de várias variáveis que nos dê:

a) O volume necessário de água para encher uma piscina redonda de x metros de raio e y metros de altura.

b) A quantidade de rodapé, em metros, necessária para colocar numa sala retangular de largura a e comprimento b.

c) A temperatura nos pontos de uma esfera de raio 5m, se ela, em qualquer ponto, é numericamente igual à distância do ponto ao centro da esfera.

2. Uma loja vende um certo produto P de duas marcas distintas, A e B. A demanda do produto com a marca A depende do seu preço e do preço da marca competitiva B. A demanda do produto com marca A é

DA=1.300-50x+20y unidades/mês,

e do produto com marca B é

D­B­­­­­­=1.700+12x-20y unidades/mês,

onde x é o preço do produto com marca A e y é o preço do produto com marca B.

Escreva uma função que expresse a receita total mensal da loja, obtida com a venda do produto P.

3. Determine o domínio e o conjunto imagem das seguintes funções:

a) z=3-x-y

b) f(x,y)=1+x2+y2

4. Determinar o domínio das seguintes funções e representar graficamente:

a) z=xy

5. Desenhar as curvas de nível C­­K para os valores de k dados:

a) z= x2- y2, k=0,1,2,3

b) z= y2- x2, k=0,1,2,3

c)z=2-( x2+ y2), k=-3,-2,-1,0,1,2,3

6. Desenhar algumas curvas de nível e esboçar os gráfico:

a) z=3-2x-3y b) z=4-x2-y2

2ª Parte: Limite de funções reais e vetoriais de mais de uma variável.

1. Usando as propriedades, calcular os limites seguintes:

e)

2. Calcule os seguintes limites:

3. Calcular os seguintes limites envolvendo indeterminações:

3º Parte: Diferenciabilidade e Diferencial.

1. Usando a definição verificar que as funções dadas são diferenciáveis.

2. Dada a função

.

a) Calcular

b) Calcular

3. Determinar, se existir, o plano tangente ao gráfico das funções dadas, nos pontos indicados:

4. Determinar o vetor gradiente das funções dadas nos pontos indicados:

5. Calcular a diferencial das funções dadas nos pontos indicados:

6. Calcular a diferencial das funções dadas:

7. Determinar o erro decorrente de tomarmos a diferencial dz como uma aproximação do acréscimo , para as seguintes situações:

; (x,y) passando de (1,2) para (1,01; 2,01).

; (x,y) passando de (1,2) para (1,01; 2,01).

; (x,y) passando de (2,4) para (2, 1; 4,2).

8. Usando diferencial, obter o aumento aproximado do volume de um cilindro circular reto, quando o raio da base varia de 3cm para 3,1cm e a altura varia de 21cm para 21,5cm.

9. Um terreno tem a forma retangular. Estima-se que seus lados medem 1200m e 1800m, com erro máximo de 10 m e 15m, respectivamente. Determinar o possível erro no cálculo da área do terreno.

10. Um material está sendo escoado de um recipiente, formando uma pilha cônica. Em um dado instante, o raio da base é de 12cm e a altura é 8 cm. Usando diferencial, obter uma aproximação da variação do volume, se o raio da base varia para 12,5cm e a altura para 7,8cm. Comparar o resultado obtido com a variação exata do volume.

11. Considerar um retângulo com lados a=5cm e b=2cm. Como vai variar, aproximadamente, a diagonal desse retângulo se o lado a aumentar 0,002cm e o lado b diminuir 0,1cm?

12. Encontrar um valor aproximado para as seguintes expressões:

Respostas: